

Modelo de Optimización para la Gestión de Inventarios Multi-escalón con Múltiples productos y Múltiples períodos: Abordando roturas de inventario y priorización de clientes

Optimization Model for Multi-Echelon Inventory Management with Multiple Products and Multiple Periods: Addressing Stockouts and Customer Prioritization

Laura Juliana Rodriguez Salcedo¹

¹ Grupo de Investigación Optimización y Organización de Sistemas Productivos, Administrativos y Logísticos, Escuela de Estudios Industriales y Empresariales, Universidad Industrial de Santander, Colombia. Email: laura2191108@correo.uis.edu.co

RECIBIDO: Mes dd, aaaa. ACEPTADO: Mes dd, aaaa. VERSIÓN FINAL: Mes dd, aaaa

RESUMEN

La gestión eficiente de inventarios es fundamental en la cadena de suministro debido a su impacto sobre los costos operativos y el nivel de servicio. Esta investigación desarrolla dos modelos de optimización basados en programación lineal entera mixta (MILP) para la gestión de inventarios en una cadena de suministro multi-escalón con múltiples productos y períodos, incorporando roturas de inventario y priorización de clientes bajo una política PEPS y un mecanismo de priorización por costo de tiempo de espera por el minorista. Los modelos son validados y analizados mediante un estudio de crecimiento y un análisis de sensibilidad, evidenciando que la demanda y el costo de inventario son los parámetros que más influyen en el costo total y el nivel de servicio del sistema.

PALABRAS CLAVE: Gestión de inventarios, Roturas de Inventario, Pedidos Pendientes, Priorización de Clientes, Multi-escalón, Múltiples Períodos, Múltiples Productos.

ABSTRACT

Efficient inventory management is essential in supply chains due to its significant impact on operational costs and service levels. This research develops two optimization models based on mixed-integer linear programming (MILP) for inventory management in a multi-echelon supply chain with multiple products and periods, incorporating inventory shortages and customer prioritization under a FIFO policy and a prioritization mechanism based on the retailer's waiting-time cost. The models are validated and analyzed through a growth study and a sensitivity analysis, showing that demand and inventory holding cost are the parameters with the greatest influence on the total cost and service level of the system.

KEYWORDS: Inventory Management, Stockouts, Backorders, Customer Prioritization, Multi-Echelon, Multiple Periods, Multiple Products.

1. INTRODUCCIÓN

Las organizaciones buscan optimizar sus operaciones con el fin de ofrecer productos y servicios competitivos que les permitan mejorar su posicionamiento en el

mercado, lo que ha incrementado el interés en el desarrollo de herramientas que fortalezcan la eficiencia operativa.

Este artículo puede compartirse bajo la licencia **CC BY-ND 4.0** y se referencia usando el siguiente Laura Juliana Rodriguez Salcedo Modelo de Optimización para la Gestión de Inventarios Multi-escalón con Múltiples productos y Múltiples períodos: Abordando roturas de inventario y priorización de clientes, UIS Ingenierías, vol. xx, no. x, pp. xx-xx, xxxx.

En este contexto, la gestión de inventarios desempeña un papel fundamental al permitir equilibrar los costos logísticos y el nivel de servicio ofrecido a los clientes, quienes actualmente demandan mayores niveles de disponibilidad, menores costos, tiempos de respuesta más cortos y soluciones adaptadas a sus necesidades. Si bien existen múltiples modelos y políticas de inventario, muchos de ellos simplifican dinámicas relevantes como las roturas de inventario y la priorización de clientes, lo que limita su aplicabilidad en entornos reales caracterizados por demandas variables y cadenas de suministro interconectadas.

Ante esta brecha, el presente estudio aborda la gestión de inventarios en una cadena de suministro multi-escalón, con múltiples productos y períodos, considerando una demanda conocida y variable. Para ello, se propone un modelo de programación lineal entera mixta que permite analizar el impacto de estas características sobre los costos del sistema.

2. REVISIÓN DE LITERATURA

La literatura reconoce que la gestión de inventarios desempeña un papel estratégico dentro de la planificación de la cadena de suministro, particularmente en entornos caracterizados por alta competitividad, múltiples productos y estructuras multi-escalón (Chopra & Meindl, n.d.). Sin embargo, alcanzar una gestión efectiva de inventarios continúa siendo un desafío relevante debido a la creciente complejidad de las cadenas de suministro y a la dificultad para definir de manera óptima cuánto y cuándo ordenar, especialmente en contextos de demanda variable (Roy & Srinivasa Raghavan, 2014). Esta variabilidad, acentuada por el avance tecnológico, genera desajustes entre oferta y demanda que incrementan la probabilidad de roturas de inventario y la acumulación de demanda no satisfecha (Simchi-Levi et al., 2008).

Las roturas de inventario suelen originarse por retrasos en la información, la producción o la entrega, y pueden gestionarse mediante ventas perdidas o pedidos pendientes (Ben-Tal et al., 2009). Mientras las ventas perdidas implican la cancelación definitiva de la demanda, los pedidos pendientes permiten conservarla dentro del sistema a costa de penalizaciones asociadas al tiempo de espera y a un mayor esfuerzo operativo (Ech-Cheikh et al., 2014). Diversos autores coinciden en que los pedidos pendientes constituyen una alternativa relevante, aunque su acumulación puede deteriorar el nivel de servicio si no se establecen límites o mecanismos adecuados de control (Nahmias & Demmy, 1981). Estos enfoques han sido analizados tanto en políticas de revisión continua como periódica, evidenciando que la revisión periódica resulta menos reactiva ante

variaciones en la demanda y más propensa a generar faltantes (Roy & Srinivasa Raghavan, 2014).

En escenarios de escasez, la literatura resalta la necesidad de implementar esquemas de priorización que permitan asignar el inventario disponible de forma diferenciada, considerando la heterogeneidad del valor de los clientes. Estas políticas incluyen la priorización por clases de demanda, costos de escasez o reglas como primera en entrar, primeras en salir (PEPS), racionamiento selectivo y esquemas de múltiples contenedores (Fadiloğlu & Bulut, 2010). No obstante, gran parte de estos enfoques se apoya en reglas prácticas que, si bien son manejables, pueden resultar subóptimas o difíciles de integrar en modelos matemáticos complejos. En este sentido, la literatura evidencia la necesidad de modelos de optimización que integren de manera conjunta cadenas multi-escalón, múltiples productos y períodos, pedidos pendientes y mecanismos de priorización, con el fin de representar de forma más realista la dinámica de las cadenas de suministro y apoyar la toma de decisiones orientadas al mejoramiento del nivel de servicio.

3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La gestión de inventarios constituye una de las decisiones más importante dentro de la cadena de suministro, debido a su gran impacto en los costos y su influencia en la satisfacción del cliente. Esto se debe a que los entornos actuales se caracterizan cada día más por una alta variabilidad de la demanda y una integración más completa del sistema, ocasionando que la toma de decisiones se torne cada vez más compleja.

Uno de los principales retos es la ocurrencia de roturas de inventario, las cuales surgen cuando la demanda excede la capacidad de respuesta como consecuencia de las limitaciones de capacidad. Ante estas situaciones, las organizaciones pueden optar por rechazar la demanda ocasionando ventas perdidas que incurren en un costo de oportunidad para la empresa o aceptar la demanda como pedidos pendientes, los cuales serán atendidos en períodos posteriores. Si bien los pedidos pendientes permiten conservar la demanda dentro del sistema, su acumulación también afecta los costos, así como el nivel de servicio.

Esta problemática se intensifica en cadenas de suministro integrada, donde la interacción entre los niveles genera dependencias temporales y restricciones de capacidad. No obstante, en estos escenarios de escasez, no todos los clientes o minoristas tienen la misma relevancia para la organización, lo que hace necesario la implementación de mecanismos de priorización que permitan asignar las existencias de forma diferenciada.

A pesar de los avances en la literatura sobre modelos de inventario, gran parte de los enfoques existentes se centran en configuraciones simplificada ocasionando que se limite la aplicabilidad de los modelos a contextos reales.

Es por este motivo, que surge la necesidad de desarrollar un modelo de optimización que incorpore estas características, ya que permitirá analizar los impactos sobre los costos en los que incurre la organización y así apoya la toma de decisiones.

4. MODELO MATEMÁTICO

4.1. Descripción y supuestos del modelo

Los modelos planteados se fundamentan en la representación del modelo base, el cual consta de una red multi-escalón, con múltiples períodos y productos.

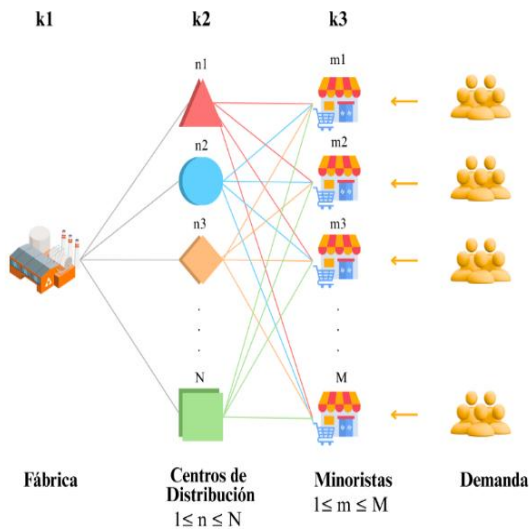


Figura 1. Representación del modelo base. **Fuente.** Elaboración propia.

Los modelos parten de los supuestos que se describen a continuación:

1. El modelo está orientado a la toma de decisiones de inventario en la cadena de suministro.
2. El objetivo de los modelos es minimizar el costo total de la cadena de suministro, considerando los tres eslabones que la componen e incorporando los principales costos del modelo, así como un costo por el tiempo de espera del minorista.
3. El horizonte de planeación es considerado finito y discretizado en períodos de tiempo.
4. La demanda es determinística, variable y conocida para cada período; por lo que el

problema se formula como un modelo de programación lineal entero mixta (MILP).

5. Los costos unitarios permanecen constantes a lo largo de todos los períodos.
6. Los costos considerados son: Costo de realizar un pedido o producir, costo de mantener inventario, costo por pedidos pendiente y un costo asociado al tiempo de espera del minorista.
7. Los pedidos solo se realizan hacia el eslabón superior inmediato.
8. En cada período, la demanda del cliente llega al minorista.
9. En cada período, un eslabón puede realizar un pedido o, en el caso de la fábrica (eslabón 1), producir las unidades requeridas.
10. La revisión de inventarios y de pedidos se efectúa al inicio de cada periodo.
11. Se cuenta con inventarios iniciales en el primer periodo.
12. El inventario disponible en cada período se compone de las existencias remanentes del período anterior, las unidades que arriban en el período actual y las unidades servidas en el período actual.
13. El modelo considera tres tipos de tiempos: el tiempo de procesamiento de la información del pedido entre un eslabón y el siguiente, el tiempo de fabricación o preparación del pedido en los eslabones 1 y 2, y el tiempo de transporte desde un eslabón hacia el siguiente.
14. No se consideran pérdidas, deterioro ni obsolescencia de inventario durante el horizonte de planeación.
15. El sistema puede decidir entre: satisfacer la demanda y mantener al cliente en espera, es decir, generar un pedido pendiente
16. Los pedidos pendientes pueden mantener en el sistema y son atendidos en períodos posteriores conforme a la disponibilidad de inventario.
17. Dependiendo del modelo analizado, la atención de los pedidos pendientes puede seguir una política de priorización definida. En el Modelo 1, los pedidos se atienden bajo una política PEPS (Primeras en Entrar, Primeras en Salir), mientras que en el Modelo 2 se incorpora un esquema de priorización de minoristas basado en el costo asociado al tiempo de espera.
18. La fábrica, los centros de distribución y los minoristas poseen depósitos con capacidad finita y conocida, puede ser diferente para cada uno.
19. No se considera ninguna interrupción operativa, tales como fallas en transporte o en el flujo de

información, ni restricciones externas adicionales a las capacidades modeladas.

4.2. Modelo 1

4.2.1. Índices.

- **j**: Índice de periodos ($1 \leq j \leq J$).
- **m**: Índice de minoristas ($1 \leq m \leq M$).
- **n**: Índice de centros de distribución ($1 \leq n \leq N$).
- **a**: Índice de antigüedad del pedido pendiente ($1 \leq a \leq A$).
- **k**: Índice de eslabones en la cadena de suministro ($1 \leq k \leq 3$).
- **p**: Índice de productos en la cadena de suministro ($1 \leq p \leq P$).

4.2.2. Parámetros.

- **D_{jmp}**: Demanda en el periodo j, para el minorista m del producto p.
- **X**: Tiempo de transporte del producto entre el eslabón 1 y 2, 2 y 3.
- **Y**: Tiempo de preparación del pedido en el segundo eslabón y tiempo de producción en el primer eslabón.
- **W**: Tiempo que se tarda en procesar el pedido.
- **CINV_{pp}**: Costo de mantener una unidad del producto p en inventario para el primer eslabón.
- **CINV_{mmp}**: Costo de mantener una unidad en inventario en el tercer eslabón, en el minorista m para el producto p.
- **CF_n**: Costo fijo asociado al centro de distribución n según su ubicación.
- **CM_p**: Costo de mantenimiento por unidad de producto p.
- **CP_p**: Costo de producir una unidad del producto p en el primer eslabón.
- **CPcd_{np}**: Costo de pedir una unidad en el segundo eslabón, en el centro de distribución n del producto p.
- **CPm_{mnp}**: Costo de pedir una unidad en el tercer eslabón, del minorista m hacia el centro de distribución n, del producto p.
- **CBO_{ppa}**: Costo por unidad pendiente en el primer eslabón del producto p con antigüedad a.
- **CBOcd_{npa}**: Costo por unidad pendiente en el segundo eslabón en el centro de distribución n, para el producto p con antigüedad a.
- **CBOm_{mnpa}**: Costo por unidad pendiente en el tercer eslabón, en el minorista m, para el producto p con antigüedad a.
- **CAPP_p**: Capacidad de almacenamiento para el producto p en el primer eslabón.

- **CAPcd_{np}**: Capacidad de almacenamiento en el segundo eslabón, en el centro de distribución n para el producto p.
- **CAPm_{mnp}**: Capacidad de almacenamiento en el tercer eslabón, en el centro de distribución n para el producto p.
- **IP_{jkp}**: Inventario inicial en el primer eslabón, en el periodo j, para el producto p.
- **Icd_{jkn}**: Inventario inicial en el segundo eslabón, en el periodo j, para el centro de distribución n, del producto p.
- **IIm_{jkm}**: Inventario inicial en el tercer eslabón, en el periodo j, para el minorista m, del producto p.
- **PCD_{np}**: Producto p asignado al centro de distribución n.

4.2.3. Variables.

- **Z**: Costo total del inventario
- **Ip_{jkp}**: Inventario al final del periodo j en el primer eslabón, para el producto p.
- **Icd_{jkn}**: Inventario al final de periodo j en el segundo eslabón, para el centro de distribución n, del producto p.
- **IIm_{jkm}**: Inventario al final del periodo j en el tercer eslabón, para el minorista m, del producto p.
- **USp_{jkn}**: Unidades del producto p servidas desde el primer eslabón en el periodo j hacia el centro de distribución n.
- **UScd_{jknmp}**: Unidades del producto p servidas desde el segundo eslabón en el periodo j desde el centro de distribución n hacia el minorista m.
- **USm_{jkm}**: Unidades del producto p servidas desde el tercer eslabón en el periodo j.
- **Xp_{jkn}**: Unidades del producto p correspondientes a pedidos pendientes del centro de distribución n en el primer eslabón, que nacieron en el periodo a y atendidos en el periodo j.
- **Xcd_{jknmpa}**: Unidades del producto p que están pendientes por entregar desde el centro de distribución n al minorista m en el segundo eslabón, que nacieron en el periodo a y que han sido atendidos en el periodo j.
- **Xm_{jkm}**: Unidades del producto p que están pendientes por entregar por el minorista m al cliente, que se originaron en el periodo a y que han sido atendidos en el periodo j.
- **Yp_{jkn}**: Unidades del producto p que son atendidas desde el primer eslabón hacia el centro de distribución n.
- **Ycd_{jknmp}**: Unidades del producto p que son atendidas por el segundo eslabón al minorista m.

- **Y_{mjkmp}**: Unidades del producto p que son atendidas desde el tercer eslabón.
- **BO_{pjknpa}**: Unidades del producto p pendientes en el primer eslabón para ser enviadas al centro de distribución n en el periodo j , originadas en la capa a .
- **BO_{cdjknpa}**: Unidades del producto p pendientes en el segundo eslabón para ser enviadas al minorista m en el periodo j , originadas en la capa a .
- **BO_{mjkmpa}**: Unidades del producto p pendientes en el tercer eslabón para ser enviadas al cliente en el periodo j , originadas en la capa a .
- **UP_{pjkp}**: Unidades producidas en el primer eslabón del producto p , cuya finalización ocurre en el periodo j , resultado de una decisión tomada $y + w$ periodos atrás.
- **UP_{cdjknp}**: Unidades pedidas del producto p por el centro de distribución n en el periodo j del eslabón k .
- **UP_{mjkmp}**: Unidades pedidas del producto p por el minorista m en el periodo j para el eslabón k .

4.2.4. Función Objetivo.

La función objetivo tiene como finalidad minimizar los costos relacionados con la gestión de los inventarios (costos de mantener, costo de pedidos pendientes y costo de pedir/producir).

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \left\{ \sum_{p=1}^P \left((I_{pjkp} * C_{INVp_p}) + \right. \right. \\ & (UP_{pjkp} * C_{P_p}) + \sum_{n=1}^N \sum_{a=1}^A (BO_{pjknpa} * \\ & CBOP_{pa}) \left. \right) + \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P \left((I_{cdjknp} * C_{M_p}) * C_{F_n} \right) + \\ & (UP_{cdjknp} * C_{Pcd_{np}}) + \sum_{m=1}^M \sum_{a=1}^A (BO_{cdjknpa} * \\ & CBOcd_{npa}) \left. \right) + \sum_{m=1}^M \sum_{p=1}^P \left((Im_{jkmp} * \right. \\ & C_{INVm_{mp}}) + \sum_{n=1}^N (UP_{mjkmp} * C_{Pm_{mnp}}) + \\ & \left. \left. \sum_{a=1}^A (BO_{mjkmpa} * CBO_{mmpa}) \right) \right\} \end{aligned} \quad (1)$$

4.2.5. Restricciones.

Las restricciones (2), (3) y (4) permiten determinar los inventarios iniciales en el primer periodo ($j=1$) para cada eslabón.

$$I_{pjkp} = IIm_{jkp} \quad \text{para } j = 1, k = 1, \forall p \quad (2)$$

$$I_{cdjknp} = IIm_{cdjknp} \quad \text{para } j = 1, k = 2, \forall p \quad (3)$$

$$Im_{jkmp} = IIm_{jkmp} \quad \text{para } j = 1, k = 3, \forall p$$

(4)

Las ecuaciones (5) y (6) muestran el inventario disponible de la fábrica. Por su parte, las restricciones (7), (8) y (9) determinan el inventario correspondiente al centro de distribución n , mientras que las ecuaciones (10) y (11) describen el inventario en el minorista m . Todas estas ecuaciones incorporan la variable unidades servidas (US), que representa las unidades que se entregan efectivamente al siguiente eslabón de la red.

$$I_{pjkp} = I_{p(j-1)kp} \quad \text{para } 2 \leq j \leq y + w, k = 1, \forall p \quad (5)$$

$$I_{pjkp} = I_{p(j-1)kp} - \sum_{n=1}^N (US_{pjknp} * PCD_{np}) + (UP_{p(j-y-w)kp}) \quad \text{para } y + w + 1 \leq j \leq J, k = 1, \forall p \quad (6)$$

$$I_{cdjknp} = I_{cd(j-1)knp} \quad \text{para } 2 \leq j \leq y + w, k = 2, \forall p, \forall n \quad (7)$$

$$I_{cdjknp} = I_{cd(j-1)knp} - \sum_{m=1}^M (US_{cdjknp} * PCD_{mnp}) \quad \text{para } y + w + 1 \leq j \leq y + w + x, k = 2, \forall p, \forall n \quad (8)$$

$$I_{cdjknp} = I_{cd(j-1)knp} - \sum_{m=1}^M (US_{cdjknp} * PCD_{mnp}) + (US_{p(j-y-w-x)(k=1)np} * PCD_{np}) \quad \text{para } y + w + x + 1 \leq j \leq J, k = 2, \forall p, \forall n \quad (9)$$

$$Im_{jkmp} = Im_{(j-1)kmp} - US_{mjkmp} \quad \text{para } 2 \leq j \leq x + y + w, k = 3, \forall p, \forall m \quad (10)$$

$$Im_{jkmp} = Im_{(j-1)kmp} - US_{mjkmp} + \sum_{n=1}^N (US_{cd(j-y-w-x)(k=2)nmp} * PCD_{nmp}) \quad \text{para } y + w + x + 1 \leq j \leq J, k = 3, \forall p, \forall m \quad (11)$$

Las restricciones (12), (13) y (14) definen las unidades servidas en cada eslabón como la suma de los pedidos pendientes de periodos anteriores y la parte de la demanda actual que puede ser satisfecha con el inventario disponible, asegurando que la atención priorice primero los pedidos acumulados y luego la demanda nueva, sin exceder los niveles de inventario existentes.

$$US_{pjknp} = \sum_{a=1}^A (X_{pjknpa}) + Y_{pjknp} \quad \text{para } k = 1, \forall p, \forall n \quad (12)$$

$$US_{cdjknp} = \sum_{a=1}^A (X_{cdjknpa}) + Y_{cdjknp} \quad \text{para } k = 2, \forall p, \forall n, \forall m \quad (13)$$

$$USm_{jkmp} = \sum_{a=1}^A (Xm_{jkmpa}) + Ym_{jkmp} \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m \quad (14)$$

Las restricciones (15) y (16) establecen las cotas superiores de las unidades servidas en la fábrica; de forma análoga, las restricciones (17) y (18) definen dichas cotas para el centro de distribución n, y las restricciones (19) y (20) para el minorista m. En cada eslabón, la primera cota garantiza que las unidades servidas no excedan las unidades pedidas ni los pedidos pendientes del período anterior, mientras que la segunda cota limita las unidades servidas a la disponibilidad física del sistema, asegurando la coherencia del flujo de inventario.

$$USp_{jkn} \leq UPcd_{jkn} + \sum_{a=1}^A BOp_{(j-1)kn} \quad \text{para } k = 1, \forall p, \forall n \quad (15)$$

$$\sum_{n=1}^N USp_{jkn} * PCD_{np} \leq Ip_{(j-1)kp} + UPp_{(j-y-w)kp} \quad \text{para } k = 1, \forall p \quad (16)$$

$$UScd_{jknmp} \leq UPM_{jkmp} + \sum_{a=1}^A BOcd_{(j-1)knmpa} \quad \text{para } k = 2, \forall p, \forall n, \forall m \quad (17)$$

$$\sum_{m=1}^M UScd_{jknmp} \leq Icd_{(j-1)kn} + (USp_{(j-y-w-x)kn} * PCD_{np}) \quad \text{para } k = 2, \forall p, \forall n \quad (18)$$

$$USm_{jkmp} \leq D_{jmp} + \sum_{a=1}^A BOM_{(j-1)kmpa} \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m \quad (19)$$

$$USm_{jkmp} \leq Im_{(j-1)kmp} + \sum_{n=1}^N (UScd_{(j-y-w-x)knmp}) \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m \quad (20)$$

Las ecuaciones (21),(22); (23),(24) y (25),(26) definen el cálculo de los pedidos pendientes en la fábrica, el centro de distribución n y el minorista m, respectivamente. En cada eslabón, los pedidos pendientes se modelan mediante dos ecuaciones que incorporan la antigüedad del pedido (a): una que captura los pedidos generados por la demanda no atendida y otra que determina los pedidos que permanecen tras la atención parcial con el inventario disponible, permitiendo un seguimiento consistente de la acumulación y satisfacción de la demanda.

$$BOp_{jkn} = UPcd_{jkn} - Yp_{jkn} \quad \text{para } k = 1, a = 1, \forall p, \forall n \quad (21)$$

$$BOp_{jkn(a+1)} = BOp_{(j-1)kn} - Xp_{jkn} \quad \text{para } k = 1, \forall p, \forall n, \forall a \quad (22)$$

$$BOcd_{jknmp} = UPM_{jkmp} - Ycd_{jknmp} \quad \text{para } k = 2, a = 1, \forall p, \forall n, \forall m \quad (23)$$

$$BOcd_{jknmp(a+1)} = BOcd_{(j-1)knmpa} - Xcd_{jknmpa} \quad \text{para } k = 2, \forall p, \forall m, \forall n, \forall a \quad (24)$$

$$BOM_{jkmp} = D_{jmp} - Ym_{jkmp} \quad \text{para } k = 3, a = 1, \forall p, \forall m \quad (25)$$

$$BOM_{jkmp(a+1)} = BOM_{(j-1)kmpa} - Xm_{jkmpa} \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m, \forall a \quad (26)$$

Las restricciones (27), (28) y (29) limitan las unidades disponibles para atender la demanda actual y aseguran la priorización de los pedidos pendientes, de modo que el inventario se asigna primero a los pedidos acumulados y únicamente el remanente se utiliza para satisfacer la demanda del período en curso.

$$Yp_{jkn} \leq Ip_{jkn} - \sum_{a=1}^A Xp_{jkn} \quad \text{para } k = 1, \forall p, \forall n, \forall a \quad (27)$$

$$Ycd_{jknmp} \leq Icd_{jkn} - \sum_{a=1}^A Xcd_{jknmpa} \quad \text{para } k = 2, \forall p, \forall m, \forall n, \forall a \quad (28)$$

$$Ym_{jkmp} \leq Im_{jkmp} - \sum_{a=1}^A Xm_{jkmpa} \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m, \forall a \quad (29)$$

Las restricciones (30), (31) y (32) aseguran que los pedidos pendientes atendidos en cada período correspondan únicamente a los acumulados en el período anterior, evitando la generación de pedidos pendientes injustificados o la atención de un volumen superior al realmente existente.

$$Xp_{jkn} \leq BOp_{(j-1)kn(a-1)} \quad \text{para } k = 1, \forall p, \forall n, \forall a \quad (30)$$

$$Xcd_{jknmp} \leq BOcd_{(j-1)knmp(a-1)} \quad \text{para } k = 2, \forall p, \forall n, \forall m, \forall a \quad (31)$$

$$Xm_{jkmp} \leq BOM_{(j-1)kmp(a-1)} \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m, \forall a \quad (32)$$

Las restricciones (33), (34) y (35) aseguran que la demanda nueva que se logra satisfacer en el período en cada eslabón no exceda la cantidad efectivamente solicitada por el nivel correspondiente de la cadena. Esto garantiza coherencia entre lo que se pide y lo que se entrega.

$$Yp_{jkn} \leq UPcd_{jkn} \quad \text{para } k = 1, \forall p, \forall n \quad (33)$$

$$Ycd_{jknmp} \leq UPM_{jkmp}$$

$$\text{para } k = 2, \forall p, \forall n, \forall m \quad (34)$$

$$Ym_{jkmp} \leq D_{jmp}$$

$$\text{para } k = 3, \forall p, \forall m \quad (35)$$

Las ecuaciones (36), (37) y (38) restringe la capacidad de almacenamiento de los tres eslabones para cada producto. De esta forma, el modelo asegura que los inventarios no superen la capacidad máxima disponible en la fábrica, en los centros de distribución y en los minoristas, reflejando las restricciones físicas y operativas de cada nivel de la cadena.

$$Ip_{jkp} \leq CAPp_p$$

$$\text{para } \forall j, \forall k, \forall p \quad (36)$$

$$Icd_{jkn} \leq CAPcd_{np}$$

$$\text{para } \forall j, \forall k, \forall p, \forall n \quad (37)$$

$$Im_{jkmp} \leq CAPm_{mp}$$

$$\text{para } \forall j, \forall k, \forall p, \forall m \quad (38)$$

Las expresiones (39), (40) y (41) garantiza que, en el último periodo del horizonte de estudio, no queden unidades pendientes por satisfacer. De esta manera, el modelo asegura que toda la demanda se atienda dentro del periodo analizado y evita que se arrastren pedidos pendientes más allá del horizonte de planeación.

$$\sum_{a=1}^A BOp_{jknpa} = 0$$

$$\text{para } \forall a, \forall p, \forall n \quad (39)$$

$$\sum_{a=1}^A BOcd_{jknmpa} = 0$$

$$\text{para } \forall a, \forall p, \forall m, \forall n \quad (40)$$

$$\sum_{a=1}^A BOm_{jkmpa} = 0$$

$$\text{para } \forall a, \forall p, \forall m \quad (41)$$

4.3. Modelo 2.

4.3.1. Índices.

- **j**: Índice de periodos ($1 \leq j \leq J$).
- **m**: Índice de minoristas ($1 \leq m \leq M$).
- **n**: Índice de centros de distribución ($1 \leq n \leq N$).
- **a**: Índice de antigüedad del pedido pendiente ($1 \leq a \leq A$).
- **k**: Índice de eslabones en la cadena de suministro ($1 \leq k \leq 3$).
- **p**: Índice de productos en la cadena de suministro ($1 \leq p \leq P$).

4.3.2. Parámetros.

- **D_{jmp}**: Demanda en el periodo j, para el minorista m del producto p.
- **X**: Tiempo de transporte del producto entre el eslabón 1 y 2, 2 y 3.
- **Y**: Tiempo de preparación del pedido en el segundo eslabón y tiempo de producción en el primer eslabón.
- **W**: Tiempo que se tarda en procesar el pedido.
- **CINV_{pp}**: Costo de mantener una unidad del producto p en inventario para el primer eslabón.
- **CINV_{mmp}**: Costo de mantener una unidad en inventario en el tercer eslabón, en el minorista m para el producto p.
- **CF_n**: Costo fijo asociado al centro de distribución n según su ubicación.
- **CM_p**: Costo de mantenimiento por unidad de producto p.
- **CP_p**: Costo de producir una unidad del producto p en el primer eslabón.
- **CPcd_{np}**: Costo de pedir una unidad en el segundo eslabón, en el centro de distribución n del producto p.
- **CPm_{mnp}**: Costo de pedir una unidad en el tercer eslabón, del minorista m hacia el centro de distribución n, del producto p.
- **CBO_{pa}**: Costo por unidad pendiente en el primer eslabón del producto p con antigüedad a.
- **CBOcd_{npa}**: Costo por unidad pendiente en el segundo eslabón en el centro de distribución n, para el producto p con antigüedad a.
- **CBOm_{mnpa}**: Costo por unidad pendiente en el tercer eslabón, en el minorista m, para el producto p con antigüedad a.
- **CAP_{pp}**: Capacidad de almacenamiento para el producto p en el primer eslabón.
- **CAPcd_{np}**: Capacidad de almacenamiento en el segundo eslabón, en el centro de distribución n para el producto p.
- **CAPm_{mp}**: Capacidad de almacenamiento en el tercer eslabón, en el centro de distribución n para el producto p.
- **Ip_{jkp}**: Inventario inicial en el primer eslabón, en el periodo j, para el producto p.
- **Icd_{jkn}**: Inventario inicial en el segundo eslabón, en el periodo j, para el centro de distribución n, del producto p.
- **Im_{jkmp}**: Inventario inicial en el tercer eslabón, en el periodo j, para el minorista m, del producto p.
- **PCD_{np}**: Producto p asignado al centro de distribución n.

- **PRIOR_m**: Prioridad relativa del minorista m en los centros de distribución, asociado al costo de incumplimiento de su demanda.

4.3.3. Variables.

- **Z**: Costo total del inventario
- **Ip_{jkp}**: Inventario al final del periodo j en el primer eslabón, para el producto p .
- **Icd_{jkn}**: Inventario al final de periodo j en el segundo eslabón, para el centro de distribución n , del producto p .
- **Im_{jkm}**: Inventario al final del periodo j en el tercer eslabón, para el minorista m , del producto p .
- **USp_{jkn}**: Unidades del producto p servidas desde el primer eslabón en el periodo j hacia el centro de distribución n .
- **UScd_{jkn}**: Unidades del producto p servidas desde el segundo eslabón en el periodo j desde el centro de distribución n hacia el minorista m .
- **USm_{jkm}**: Unidades del producto p servidas desde el tercer eslabón en el periodo j .
- **Xp_{jkn}**: Unidades del producto p correspondientes a pedidos pendientes del centro de distribución n en el primer eslabón, que nacieron en el periodo a y atendidos en el periodo j .
- **Xcd_{jkn}**: Unidades del producto p que están pendientes por entregar desde el centro de distribución n al minorista m en el segundo eslabón, que nacieron en el periodo a y que han sido atendidos en el periodo j .
- **Xm_{jkm}**: Unidades del producto p que están pendientes por entregar por el minorista m al cliente, que se originaron en el periodo a y que han sido atendidos en el periodo j .
- **Yp_{jkn}**: Unidades del producto p que son atendidas desde el primer eslabón hacia el centro de distribución n .
- **Ycd_{jkn}**: Unidades del producto p que son atendidas por el segundo eslabón al minorista m .
- **Ym_{jkm}**: Unidades del producto p que son atendidas desde el tercer eslabón.
- **BOp_{jkn}**: Unidades del producto p pendientes en el primer eslabón para ser enviadas al centro de distribución n en el periodo j , originadas en la capa a .
- **BOcd_{jkn}**: Unidades del producto p pendientes en el segundo eslabón para ser enviadas al minorista m en el periodo j , originadas en la capa a .
- **BOM_{jkm}**: Unidades del producto p pendientes en el tercer eslabón para ser enviadas al cliente en el periodo j , originadas en la capa a .

- **UPp_{jkp}**: Unidades producidas en el primer eslabón del producto p , cuya finalización ocurre en el periodo j , resultado de una decisión tomada $y + w$ periodos atrás.
- **UPcd_{jkn}**: Unidades pedidas del producto p por el centro de distribución n en el periodo j del eslabón k .
- **UPm_{jkm}**: Unidades pedidas del producto p por el minorista m en el periodo j para el eslabón k .

4.3.4. Función Objetivo.

La función objetivo busca minimizar los costos de gestión de inventarios, incluyendo costos de mantenimiento, pedidos pendientes y de pedir o producir, incorporando un parámetro de priorización que permite diferenciar la atención en los centros de distribución y favorecer a los minoristas de mayor prioridad, mejorando el desempeño económico del sistema.

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \left\{ \sum_{p=1}^P \left((Ip_{jkp} * CINV_{p_p}) + \right. \right. \\ & (UPp_{jkp} * CP_p) + \sum_{n=1}^N \sum_{a=1}^A (BOP_{jknpa} * \\ & CBOp_{pa}) \left. \right) + \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P \left(((Icd_{jkn} * CM_p) * CF_n) + \right. \\ & (UPcd_{jkn} * CPcd_{np}) + \sum_{m=1}^M \sum_{a=1}^A (BOcd_{jknmpa} * \\ & CBOcd_{npa} * PRIOR_m) \left. \right) + \sum_{m=1}^M \sum_{p=1}^P \left((Im_{jkm} * \right. \\ & CINV_{m_{mp}}) + \sum_{n=1}^N (UPm_{jknmp} * CPM_{mnp}) + \\ & \left. \left. \sum_{a=1}^A (BOM_{jkmnpa} * CBOM_{mpa}) \right) \right\} \end{aligned} \quad (42)$$

4.3.5. Restricciones.

Las restricciones (43), (44), (45) establecen los inventarios iniciales de cada eslabón en el primer periodo.

$$\begin{aligned} Ip_{jkp} &= IIp_{jkp} \\ \text{para } j &= 1, k = 1, \forall p \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} Icd_{jkn} &= IId_{jkn} \\ \text{para } j &= 1, k = 2, \forall p \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} Im_{jkm} &= IIm_{jkm} \\ \text{para } j &= 1, k = 3, \forall p \end{aligned} \quad (45)$$

La evolución del inventario se define mediante las ecuaciones (46) y (47) para la fábrica; (48), (49) y (50) para el centro de distribución n y (51) y (52) para el minorista m .

$$Ip_{jkp} = Ip_{(j-1)kp}$$

$$\text{para } 2 \leq j \leq y + w, k = 1, \forall p \quad (46)$$

$$Ip_{jkn} = Ip_{(j-1)kn} - \sum_{n=1}^N (USp_{jkn} * PCD_{np}) + (UPp_{(j-y-w)kn})$$

$$\text{para } y + w + 1 \leq j \leq J, k = 1, \forall p \quad (47)$$

$$Icd_{jkn} = Icd_{(j-1)kn}$$

$$\text{para } 2 \leq j \leq y + w, k = 2, \forall p, \forall n \quad (48)$$

$$Icd_{jkn} = Icd_{(j-1)kn} - \sum_{m=1}^M (UScd_{jknmp})$$

$$\text{para } y + w + 1 \leq j \leq y + w + x, k = 2, \forall p, \forall n \quad (49)$$

$$Icd_{jkn} = Icd_{(j-1)kn} - \sum_{m=1}^M (UScd_{jknmp}) + (USp_{(j-y-w-x)(k=1)np} * PCD_{np})$$

$$\text{para } y + w + x + 1 \leq j \leq J, k = 2, \forall p, \forall n \quad (50)$$

$$Im_{jkn} = Im_{(j-1)kn} - USm_{jkn}$$

$$\text{para } 2 \leq j \leq x + y + w, k = 3, \forall p, \forall m \quad (51)$$

$$Im_{jkn} = Im_{(j-1)kn} - USm_{jkn} +$$

$$\sum_{n=1}^N (UScd_{(j-y-w-x)(k=2)np} * PCD_{np})$$

$$\text{para } y + w + x + 1 \leq j \leq J, k = 3, \forall p, \forall m \quad (52)$$

Las unidades servidas se determinan en las restricciones (53), (54) y (55), como la suma de pedidos pendientes atendidos y demanda nueva satisfecha.

$$USp_{jkn} = \sum_{a=1}^A (Xp_{jknpa}) + Yp_{jkn} \quad \text{para } k = 1, \forall p, \forall n \quad (12)$$

$$UScd_{jknmp} = \sum_{a=1}^A (Xcd_{jknmpa}) + Ycd_{jknmp} \quad \text{para } k = 2, \forall p, \forall n, \forall m \quad (13)$$

$$USm_{jknmp} = \sum_{a=1}^A (Xm_{jknmpa}) + Ym_{jknmp} \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m \quad (14)$$

Mientras que sus cotas superiores se controlan mediante las restricciones (56) y (57) en la fábrica, (58) y (59) en el centro de distribución n y; (60) y (61) en el minorista m

$$USp_{jkn} \leq UPcd_{jkn} + \sum_{a=1}^A BOp_{(j-1)knpa} \quad \text{para } k = 1, \forall p, \forall n \quad (56)$$

$$\sum_{n=1}^N USp_{jkn} * PCD_{np} \leq Ip_{(j-1)kn} + UPp_{(j-y-w)kn} \quad \text{para } k = 1, \forall p \quad (57)$$

$$UScd_{jknmp} \leq UPM_{jknmp} + \sum_{a=1}^A BOcd_{(j-1)knmpa} \quad \text{para } k = 2, \forall p, \forall n, \forall m \quad (58)$$

$$\sum_{m=1}^M UScd_{jknmp} \leq Icd_{(j-1)kn} + (USp_{(j-y-w-x)kn} * PCD_{np})$$

$$\text{para } k = 2, \forall p, \forall n \quad (59)$$

$$USm_{jknmp} \leq D_{jnp} + \sum_{a=1}^A BOM_{(j-1)knmpa} \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m \quad (60)$$

$$USm_{jknmp} \leq Im_{(j-1)kn} + \sum_{n=1}^N (UScd_{(j-y-w-x)knmp}) \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m \quad (61)$$

El cálculo de los pedidos pendientes se define a través de las ecuaciones (62), (63), (64), (65), (66) y (67) para los distintos eslabones.

$$BOp_{jknpa} = UPcd_{jkn} - Yp_{jkn} \quad \text{para } k = 1, a = 1, \forall p, \forall n \quad (62)$$

$$BOp_{jkn(a+1)} = BOp_{(j-1)knpa} - Xp_{jknpa} \quad \text{para } k = 1, \forall p, \forall n, \forall a \quad (63)$$

$$BOcd_{jknmpa} = UPM_{jknmp} - Ycd_{jknmp} \quad \text{para } k = 2, a = 1, \forall p, \forall n, \forall m \quad (64)$$

$$BOcd_{jknmp(a+1)} = BOcd_{(j-1)knmpa} - Xcd_{jknmpa} \quad \text{para } k = 2, \forall p, \forall m, \forall n, \forall a \quad (65)$$

$$BOM_{jknmpa} = D_{jnp} - Ym_{jknmp} \quad \text{para } k = 3, a = 1, \forall p, \forall m \quad (66)$$

$$BOM_{jknmp(a+1)} = BOM_{(j-1)knmpa} - Xm_{jknmpa} \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m, \forall a \quad (67)$$

La priorización de los pedidos pendientes bajo la política PEPS se garantiza mediante las restricciones (68), (69) y (70).

$$Yp_{jkn} \leq Ip_{jkn} - \sum_a Xp_{jknpa} \quad \text{para } k = 1, \forall p, \forall n, \forall a \quad (68)$$

$$Ycd_{jknmp} \leq Icd_{jkn} - \sum_a Xcd_{jknmpa} \quad \text{para } k = 2, \forall p, \forall m, \forall n, \forall a \quad (69)$$

$$Ym_{jknmp} \leq Im_{jkn} - \sum_a Xm_{jknmpa} \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m, \forall a \quad (70)$$

Las restricciones (71), (72) y (73) aseguran que únicamente se atiendan pedidos previamente acumulados.

$$Xp_{jknpa} \leq BOp_{(j-1)kn(a-1)} \quad \text{para } k = 1, \forall p, \forall n, \forall a \quad (71)$$

$$Xcd_{jknmpa} \leq BOcd_{(j-1)knmp(a-1)} \quad \text{para } k = 2, \forall p, \forall n, \forall m, \forall a \quad (72)$$

$$Xm_{jknmpa} \leq BOm_{(j-1)knmp(a-1)} \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m, \forall a \quad (73)$$

Asimismo, las ecuaciones (74), (75) y (76) limitan la atención de la demanda nueva a las cantidades efectivamente solicitadas.

$$Yp_{jknmp} \leq UPcd_{jknmp} \quad \text{para } k = 1, \forall p, \forall n \quad (74)$$

$$Ycd_{jknmp} \leq UPM_{jknmp} \quad \text{para } k = 2, \forall p, \forall n, \forall m \quad (75)$$

$$Ym_{jknmp} \leq D_{jknmp} \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m \quad (76)$$

Las capacidades de almacenamiento se restringen mediante las ecuaciones (77), (78) y (79).

$$Ip_{jkp} \leq CAPp_p \quad \text{para } \forall j, \forall k, \forall p \quad (77)$$

$$Icd_{jknmp} \leq CAPcd_{np} \quad \text{para } \forall j, \forall k, \forall p, \forall n \quad (78)$$

$$Im_{jknmp} \leq CAPm_{mp} \quad \text{para } \forall j, \forall k, \forall p, \forall m \quad (79)$$

Las restricciones (80), (81) y (82) garantizan que al final del horizonte de planeación no permanezcan pedidos pendientes sin satisfacer.

$$\sum_{a=1}^A BOp_{jknmpa} = 0 \quad \text{para } \forall a, \forall p, \forall n \quad (80)$$

$$\sum_{a=1}^A BOcd_{jknmpa} = 0 \quad \text{para } \forall a, \forall p, \forall m, \forall n \quad (81)$$

$$\sum_{a=1}^A BOm_{jknmpa} = 0 \quad \text{para } \forall a, \forall p, \forall m \quad (82)$$

5. ANÁLISIS DEL MODELO

5.1. Crecimiento del Modelo.

Para analizar el crecimiento de los modelos, se realizaron experimentos computacionales manteniendo constantes el número de periodos y la antigüedad máxima de los

pedidos pendientes, mientras se incrementó progresivamente el número de minoristas y centros de distribución. Como se observa en la Figura 2, el tiempo de ejecución aumenta de manera acelerada a medida que crece la dimensión del problema, evidenciando un comportamiento no lineal en la complejidad computacional. Asimismo, el segundo modelo, que incorpora un mecanismo de priorización, presenta menores tiempos de ejecución que el primero, especialmente en instancias de mayor tamaño, lo que sugiere una mejor escalabilidad.

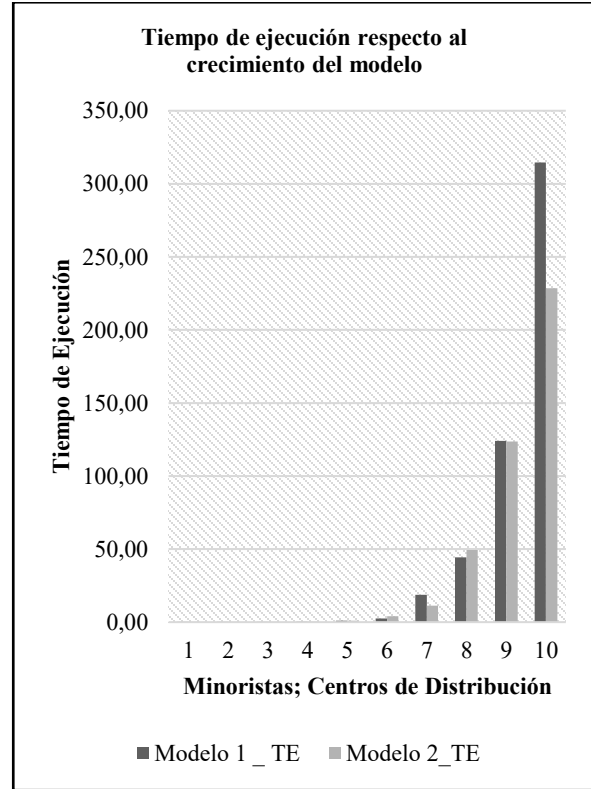


Figura 2. Gráfico del tiempo de ejecución respecto al crecimiento de los modelos. **Fuente.** Elaboración propia.

Este comportamiento se mantiene al variar la antigüedad máxima de los pedidos pendientes, es decir, que a medida que aumenta la edad máxima de los pedidos pendientes el esfuerzo computacional también aumenta. Adicionalmente, el crecimiento del modelo impacta la cantidad de variables y restricciones generadas. Tal como se muestra en la Figura 3, ambos componentes crecen de manera acelerada al aumentar el número de minoristas y centros de distribución. No obstante, la estructura de ambos modelos es equivalente, ya que el segundo no introduce variables ni restricciones adicionales, sino que implementa la priorización mediante parametrización.

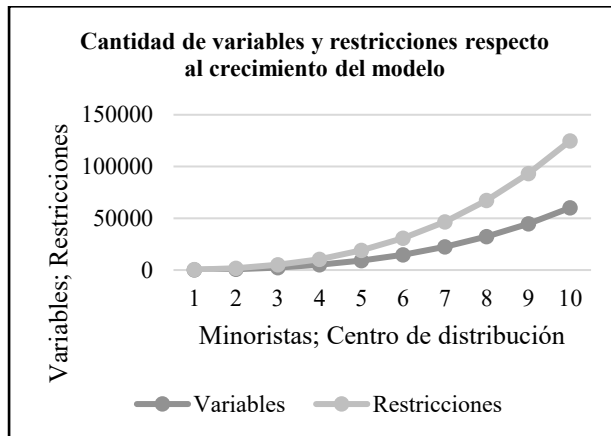


Figura 3. Gráfico de la cantidad de variables y restricciones respecto al crecimiento del modelo. **Fuente.** Elaboración propia.

En consecuencia, las diferencias observadas en los tiempos de ejecución se atribuyen a la gestión interna de las decisiones y no al tamaño estructural del modelo.

5.2. Experimentación.

Con el fin de analizar el comportamiento del sistema y evaluar la toma de decisiones bajo distintos escenarios, se desarrolló un diseño experimental basado en la variación controlada de parámetros clave, manteniendo constantes la estructura de la red, las capacidades, los tiempos logísticos, los inventarios iniciales y el horizonte de planeación. La experimentación se enfocó en evaluar el impacto de la demanda, el costo de mantener inventario, el costo de producir o pedir y el costo de los pedidos pendientes sobre el desempeño de la cadena de suministro, medido en términos de costo total óptimo, nivel de servicio y comportamiento de los pedidos pendientes, así como en comparar el desempeño de los Modelos 1 y 2.

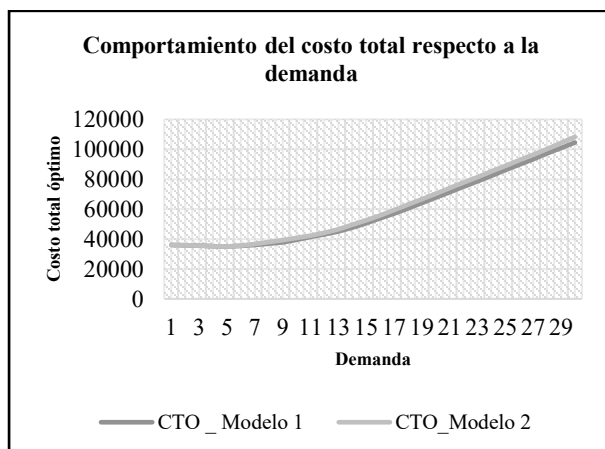


Figura 4. Gráfico de la evolución del costo total óptimo en función de la demanda. **Fuente.** Elaboración propia.

Los resultados muestran que la demanda es el parámetro más crítico del sistema, ya que su incremento genera un crecimiento no proporcional del costo total, especialmente en las demandas medias o altas. Estos costos se deben principalmente a que la cadena de suministro debe producir o pedir, transportar y almacenar un mayor volumen de unidades.

Por otra parte, se evidencia que cuando la demanda es mínima, el nivel de servicio es del 100% ya que se satisface las necesidades de los clientes. Sin embargo, en este ejemplo a partir de un umbral crítico, el nivel de servicio se deteriora progresivamente. Aunque el Modelo 2 incorpora un mecanismo de priorización, este no garantiza una mejora global del nivel de servicio bajo demandas elevadas, evidenciando que su efectividad depende de la configuración de los parámetros del sistema.

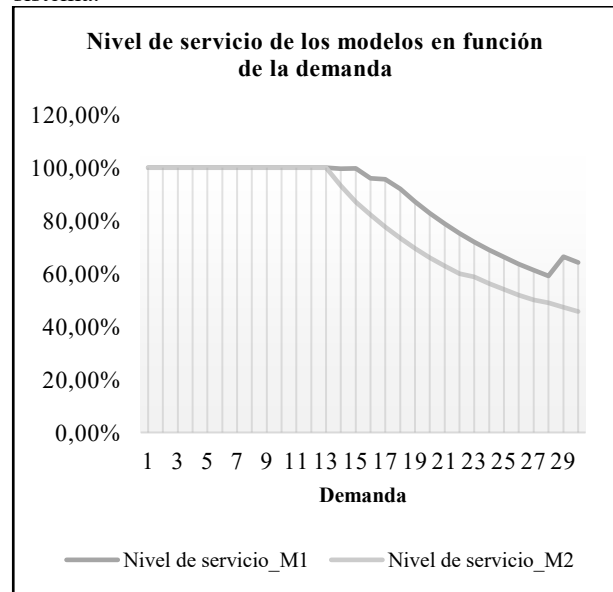


Figura 5. Gráfico del nivel de servicio de los modelos en función de la demanda. **Fuente.** Elaboración propia.

Respecto al costo de mantener inventario, se observa una relación creciente y aproximadamente lineal con el costo total. El aumento de este costo induce al modelo a reducir los niveles de inventario en todos los eslabones como se evidencia en la Figura 6, generando que exista un crecimiento de los pedidos pendientes como se muestra en la Figura 7, ya que el sistema prefiere disminuir su capacidad y distribuir las unidades entre producir o pedir y en faltante. Este comportamiento se presenta en ambos modelos; no obstante, el Modelo 2 registra costos óptimos superiores debido a la penalización asociada al tiempo de espera del minorista, lo que limita la reducción agresiva de inventarios.

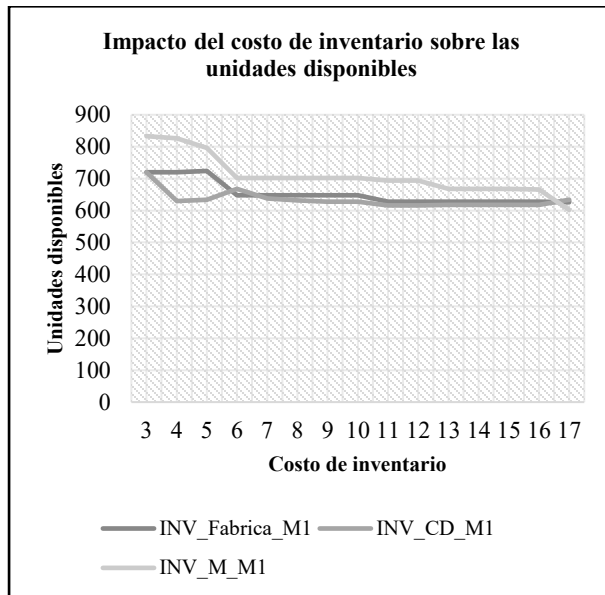


Figura 6. Gráfico del impacto del costo de inventario sobre las unidades disponibles. **Fuente.** Elaboración propia.

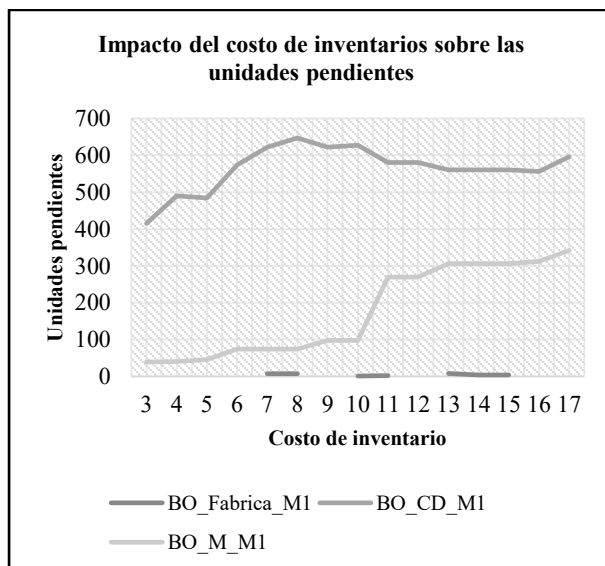


Figura 7. Gráfico del impacto del costo de inventario sobre las unidades pendientes. **Fuente.** Elaboración propia.

En cuanto al costo de producir o pedir, los resultados indican que su incremento afecta directamente el costo total, pero no modifica de manera significativa la estructura operativa del sistema. Este parámetro influye principalmente en las decisiones de abastecimiento, ajustando la frecuencia y el tamaño de los pedidos, y redistribuyendo los pedidos pendientes hacia los eslabones finales de la cadena sin generar cambios abruptos en el nivel de servicio.

Finalmente, la experimentación sobre el costo de los pedidos pendientes evidencia que este parámetro actúa como un mecanismo de control del desabastecimiento. Al incrementarse la penalización asociada a los pedidos pendientes, el modelo ajusta sus decisiones para priorizar la atención oportuna de la demanda, mejorando el nivel de servicio a costa de un aumento en los costos operativos. En este contexto, a medida que el costo de los pedidos pendientes se incrementa, el sistema reduce progresivamente su acumulación y eleva los niveles de inventario, con el fin de evitar penalizaciones por incumplimiento de la demanda.

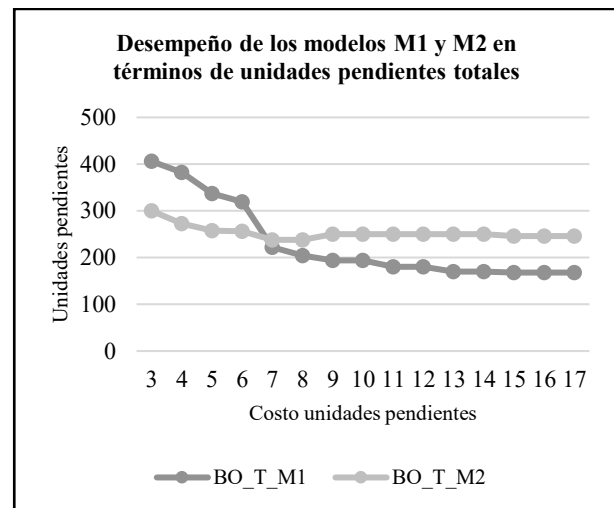


Figura 8. Gráfico de desempeño de los modelos M1 y M2 en términos de unidades pendientes totales. **Fuente.** Elaboración propia.

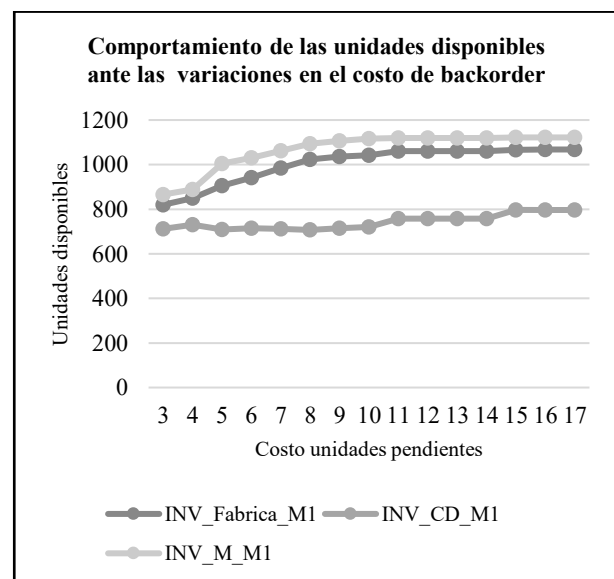


Figura 9. Gráfico del comportamiento de las unidades disponibles ante variaciones en el costo de backorder. **Fuente.** Elaboración propia.

6. CONCLUSIONES

Los modelos de optimización desarrollados representan de manera adecuada la dinámica de una cadena de suministro multi-escalón con múltiples productos y periodos, incorporando explícitamente la gestión de pedidos pendientes, mecanismos de priorización y tiempos logísticos de procesamiento, producción y transporte. Esta formulación permite apoyar de forma coherente las decisiones de cuánto y cuándo pedir, con el objetivo de minimizar el costo total del sistema.

El análisis del crecimiento del modelo evidencia que la incorporación de nuevos elementos incrementa de manera exponencial el número de variables y restricciones, lo que se traduce en mayores requerimientos computacionales. No obstante, debido a la linealidad de las formulaciones, fue posible obtener soluciones factibles para instancias de tamaño moderado mediante programación lineal entera mixta, utilizando Python y el solucionador CBC (Coin-or Branch and Cut).

Los resultados de sensibilidad muestran que la demanda es el parámetro con mayor impacto sobre el costo total y el nivel de servicio. A medida que la demanda aumenta, los costos crecen de forma no proporcional, principalmente por el incremento de los pedidos pendientes, los cuales se convierten en el componente dominante del costo total en escenarios de alta presión sobre el sistema. Asimismo, se evidencia que el costo de mantener inventario influye directamente en la reducción de los niveles de stock y en el aumento del desabastecimiento, mientras que el costo de producir o pedir presenta un impacto más moderado sobre la estructura operativa del sistema.

El análisis del costo de los pedidos pendientes confirma su rol como un mecanismo de control del nivel de servicio, ya que penalizaciones más altas inducen al sistema a incrementar los niveles de inventario y reducir el desabastecimiento, a costa de mayores costos operativos. En conjunto, los resultados destacan que el desempeño del sistema depende tanto de la estructura del modelo como de la adecuada calibración de parámetros clave, especialmente la demanda y los costos asociados al inventario y al incumplimiento.

7. RECOMENDACIONES

Como líneas de trabajo futuro, se recomienda extender el modelo para incorporar ventas perdidas, límites a los pedidos pendientes y enfoques estocásticos que consideren interrupciones en la cadena de suministro. Adicionalmente, resulta pertinente aplicar el modelo en contextos empresariales reales y extrapolarlo a lenguajes y solucionadores más escalables. Finalmente, la

integración con técnicas de analítica de datos y *machine learning* permitiría avanzar hacia sistemas de apoyo a la decisión más robustos, capaces de combinar optimización y predicción en la gestión de inventarios.

8. REFERENCIAS

- [1] Alizadeh, M., Eskandari, H., & Sajadifar, S. M. (2017). A simulation model to analyze an inventory system for deteriorating items with service level constraint. *International Journal of Industrial Engineering : Theory Applications and Practice*, 24(6), 587-603.
- [2] Altendorfer, K. (2019). Effect of limited capacity on optimal planning parameters for a multi-item production system with setup times and advance demand information. *International Journal of Production Research*, 57(6), 1892-1913. <https://doi.org/10.1080/00207543.2018.1511925>
- [3] Arslan, H., Graves, S. C., & Roemer, T. A. (2007). A single-product inventory model for multiple demand classes. *Management Science*, 53(9), 1486-1500. <https://doi.org/10.1287/mnsc.1070.0701>
- [4] Ballou, R. H. (2004). *LOGÍSTICA. ADMINISTRACIÓN DE LA CADENA DE SUMINISTRO* (E. Quintanar Duarte, Ed.; 4.a ed.).
- [5] Ben-Tal, A., Golany, B., & Shtern, S. (2009). Robust multi-echelon multi-period inventory control. *European Journal of Operational Research*, 199(3), 922-935. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.01.058>
- [6] Berling, P., & Farvid, M. (2014). Lead-time investigation and estimation in divergent supply chains. *International Journal of Production Economics*, 157(1), 177-189. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2014.04.030>
- [7] Berling, P., & Marklund, J. (2014). Multi-echelon inventory control: An adjusted normal demand model for implementation in practice. *International Journal of Production Research*, 52(11), 3331-3347. <https://doi.org/10.1080/00207543.2013.873555>
- [8] Chen, L., Luo, W., & Shang, K. (2017). Measuring the bullwhip effect: Discrepancy and alignment between information and material flows. *Manufacturing and Service Operations Management*, 19(1), 36-51. <https://doi.org/10.1287/msom.2016.0590>
- [9] Chen, L.-T. (2017). Buyer-supplier relationship and optimisation model in a dynamic collaborative network with shortages allowed. *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 30(7), 755-767. <https://doi.org/10.1080/0951192X.2015.1067919>
- [10] Chopra, S., & Meindl, P. (s. f.). *SUPPLY CHAIN MANAGEMENT. Strategy, Planning and Operation* (5.a ed.).
- [11] Corlu, C. G., Biller, B., & Tayur, S. (2019). Driving inventory system simulations with limited demand data: Insights from the newsvendor problem. *Journal of Simulation*, 13(2), 152-162. <https://doi.org/10.1080/17477778.2018.1488935>

- [12] Darío, F., Camargo, G., Patricia, E., & Coronel, M. (2024). *Solución al problema de VMI para un sistema de un vendedor y múltiples minoristas con transferencia de inventario entre minoristas bajo demanda determinística*.
- [13] De Santis, R. B., De Aguiar, E. P., & Goliatt, L. (2017). Predicting material backorders in inventory management using machine learning. *2017 IEEE Latin American Conference on Computational Intelligence, LA-CCI 2017 - Proceedings, 2017-Novem*, 1-6. <https://doi.org/10.1109/LA-CCI.2017.8285684>
- [14] Deshpande, V., Cohen, M. A., & Donohue, K. (2003a). A threshold inventory rationing policy for service-differentiated demand classes. *Management Science*, 49(6), 683-703. <https://doi.org/10.1287/mnsc.49.6.683.16022>
- [15] Deshpande, V., Cohen, M. A., & Donohue, K. (2003b). A threshold inventory rationing policy for service-differentiated demand classes. *Management Science*, 49(6), 683-703. <https://doi.org/10.1287/mnsc.49.6.683.16022>
- [16] Ech-Cheikh, H., Elhaq, S. L., Rachid, A., & Douraid, A. (2014). Simulating demand uncertainty and inventory control variability of multi-echelon distribution supply chain. *Proceedings of 2nd IEEE International Conference on Logistics Operations Management, GOL 2014*, 27-34. <https://doi.org/10.1109/GOL.2014.6887443>
- [17] Escalona, P., Ordóñez, F., & Iturrieta, E. (2017). Convex backorders of a rationing inventory policy with two different demand classes. *RAIRO - Operations Research*, 51(2), 359-373. <https://doi.org/10.1051/ro/2016029>
- [18] Espejo Gonzáles, M. (2022). *Gestión de Inventario. Métodos Cuantitativos* (N. Gibert, Ed.; 2.a ed.). Sergi FLamarique.
- [19] Fadiloğlu, M. M., & Bulut, Ö. (2010). A dynamic rationing policy for continuous-review inventory systems. *European Journal of Operational Research*, 202(3), 675-685. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.05.043>
- [20] Gailan Qasem, A., Aqlan, F., Shamsan, A., & Alhendi, M. (2023). A simulation-optimisation approach for production control strategies in perishable food supply chains. *Journal of Simulation*, 17(2), 211-227. <https://doi.org/10.1080/17477778.2021.1991850>
- [21] Ghosh, S., Piplani, R., & Viswanathan, S. (2015). A new two-bin policy for inventory systems with differentiated demand classes. *Production and Operations Management*, 24(5), 840-850. <https://doi.org/10.1111/poms.12299>
- [22] Guerrero Salas, H. (2018). *Inventarios. Manejo y Control* (Ecoe Ediciones). Bogotá, Colombia.
- [23] Hajipour Machiani, N., Taleizadeh, A. A., Toloo, M., & Abedsoltan, H. (2025). Designing a new sustainable healthcare network considering the COVID-19 pandemic: Artificial intelligence-based solutions. *Expert Systems with Applications*, 260. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2024.125357>
- [24] Heizer, J., & Render, B. (2017). *Dirección de la producción y de operaciones: decisiones tácticas*. (Pearson Educación, Ed.; 11.a ed.).
- [25] Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2015). *INTRODUCCIÓN A LA INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES*.
- [26] Huh, W. T., Janakiraman, G., & Nagarajan, M. (2016). Capacitated multiechelon inventory systems: Policies and bounds. *Manufacturing and Service Operations Management*, 18(4), 570-584. <https://doi.org/10.1287/msom.2016.0588>
- [27] Karaman, A. S. (2017). Approximate evaluation of continuous review (R,Q) policies in two-echelon inventory systems with stochastic transportation times. *Kybernetika*, 53(3), 461-479. <https://doi.org/10.14736/kyb-2017-3-0461>
- [28] Kumar, M., Kumar, R. S., & Saha, A. K. (2022). Continuous review inventory system for intuitionistic fuzzy random demand under service level constraint. *Sadhana - Academy Proceedings in Engineering Sciences*, 47(2). <https://doi.org/10.1007/s12046-022-01869-4>
- [29] La Londe, B. J., & Masters, J. M. (1994). *Emerging Logistics Strategies: Blueprints for the Next Century*.
- [30] Larsen, C., & Thorstenson, A. (2014). The order and volume fill rates in inventory control systems. *International Journal of Production Economics*, 147(PART A), 13-19. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2012.07.021>
- [31] Li, M., Wang, Z., & Chen, H. (2017). A Robust Reorder-Time/Order-Quantity Policy under Invisible Stock Loss. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 47(12), 3102-3116. <https://doi.org/10.1109/TSMC.2016.2560698>
- [32] López-Campos, M., Escalona, P., Angulo, A., Recabarren, F., & Stegmaier, R. (2024). On the Number of Customer Classes in a Single-Period Inventory System. *Mathematics*, 12(10). <https://doi.org/10.3390/math12101509>
- [33] Maitra, S., & Kundu, S. (2023). Backorder Prediction in Inventory Management: Classification Techniques and Cost Considerations. *27th International Computer Science and Engineering Conference 2023, ICSEC 2023*, 1-8. <https://doi.org/10.1109/ICSEC59635.2023.10329654>
- [34] Melchioris, P., Dekker, R., Kleijn, M. J., Melchioris, P., Dekker, R., & Kleijn, M. J. (2000). Inventory Rationing in an (s, Q) Inventory Model with Lost Sales and Two Demand Classes. En *Source: The Journal of the Operational Research Society* (Vol. 51, Número 1).
- [35] Nahmias, S., & Demmy, W. S. (1981). OPERATING CHARACTERISTICS OF AN INVENTORY SYSTEM

- WITH RATIONING. *Management Science*, 27(11), 1236-1245. <https://doi.org/10.1287/mnsc.27.11.1236>
- [36] Nakashima, K., Sornmanapong, T., Ehm, H., & Yachi, G. (2014). Stochastic inventory control systems with consideration for the cost factors based on EBIT. *International Journal of Supply Chain Management*, 3(3), 68-74.
- [37] Osman, M. F. S. (2020). Simulation modeling for inventory planning and control in maintenance systems using lot-for-lot reordering strategy. *IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management*, 2020-Decem, 1334-1338. <https://doi.org/10.1109/IEEM45057.2020.9309788>
- [38] Özen, U. (2024). Cooperation in spare parts systems with penalty cost per unit backlogged. *International Journal of Production Economics*, 270. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2024.109190>
- [39] Pan, S., Nigrelli, M., Ballot, E., Sarraj, R., & Yang, Y. (2015). Perspectives of inventory control models in the Physical Internet: A simulation study. *Computers and Industrial Engineering*, 84, 122-132. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2014.11.027>
- [40] Poches Corredor, C. A., & Tarazona Orduz, N. A. (2020). *Modelo de inventario multiperiodo para una red de distribucion multiescalon y multi-tem*.
- [41] Roy, D., & Srinivasa Raghavan, N. R. (2014). A constrained Nash bargaining approach to the stock rationing problem in multi-echelon supply chains. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 72(5-8), 571-587. <https://doi.org/10.1007/s00170-014-5639-4>
- [42] Saeed Osman, M. F. (2022). Modeling and simulation for inventory management of repairable items in maintenance systems. *Simulation*, 98(11), 1013-1037. <https://doi.org/10.1177/00375497221099549>
- [43] Sarmiento, E. E. C. (2020). *Solución a un modelo de optimización para la gestión de inventario y ruteo de vehículos de dos escalones con transbordos laterales (2E-IRPT) a través de una metaheurística híbrida*.
- [44] Sbai, N., & Berrado, A. (2018). A literature review on multi-echelon inventory management: The case of pharmaceutical supply chain. *MATEC Web of Conferences*, 200. <https://doi.org/10.1051/matecconf/201820000013>
- [45] Schroeder, R. G., Meyer Goldstein, S., & Rungtusanatham, M. J. (s. f.). *Administración de operaciones. Conceptos y casos contemporáneos*.
- [46] Setiawan, R. (2016). A game theory approach in vendor-buyer probabilistic inventory system with imperfect quality, inspection error, minimum service level constraint and partial backordering. *Far East Journal of Mathematical Sciences*, 100(10), 1695-1704. <https://doi.org/10.17654/MS100101695>
- [47] Setiawan, R., Salmah, Widodo, Endrayanto, I., & Indarsih. (2021). Analysis of the Single-Vendor-Multi-Buyer Inventory Model for Imperfect Quality with Controllable Lead Time. *IAENG International Journal of Applied Mathematics*, 51(3), 1-10.
- [48] Shen, X., Bao, L., Yu, Y., & Hua, Z. (2019). Managing Supply Chains with Expediting and Multiple Demand Classes. *Production and Operations Management*, 28(5), 1129-1148. <https://doi.org/10.1111/poms.12974>
- [49] Simchi-Levi, D., Kaminsky, P., & Simchi-Levi, E. (2008). *Design and Managing The Supply Chain Concepts Strategies and Case Studies* (McGraw-Hill, Ed.).
- [50] Soni, H. N., & Patel, K. A. (2014). Optimal policies for vendor-buyer inventory system involving defective items with variable lead time and service level constraint. *International Journal of Mathematics in Operational Research*, 6(3), 316-343. <https://doi.org/10.1504/IJMOR.2014.060851>
- [51] Srivastav, A., & Agrawal, S. (2018). Multi-objective optimization of slow moving inventory system using cuckoo search. *Intelligent Automation and Soft Computing*, 24(2), 344-349. <https://doi.org/10.1080/10798587.2017.1293891>
- [52] Srivastav, A., & Agrawal, S. (2020). Multi-objective optimization of mixture inventory system experiencing order crossover. *Annals of Operations Research*, 290(1-2), 943-960. <https://doi.org/10.1007/s10479-017-2744-4>
- [53] Sudhir, J., Daniel, R., & Rajendran, C. (2005). *A simulation-based genetic algorithm for inventory optimization in a serial supply chain*.
- [54] Taha, H. A. (2012). *INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES* (G. López Ballesteros, Ed.; 9.a ed.). PEARSON EDUCACIÓN.
- [55] Taleizadeh, A. A. (2018). A constrained integrated imperfect manufacturing-inventory system with preventive maintenance and partial backordering. *Annals of Operations Research*, 261(1-2), 303-337. <https://doi.org/10.1007/s10479-017-2563-7>
- [56] Taleizadeh, A. A., Askari, R., & Konstantaras, I. (2022). An optimization model for a manufacturing-inventory system with rework process based on failure severity under multiple constraints. *Neural Computing and Applications*, 34(6), 4221-4264. <https://doi.org/10.1007/s00521-021-06513-6>
- [57] Taleizadeh, A. A., Soleymanfar, V. R., & Govindan, K. (2018). Sustainable economic production quantity models for inventory systems with shortage. *Journal of Cleaner Production*, 174, 1011-1020. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2017.10.222>
- [58] Topkis, D. M. (1968). Optimal Ordering and Rationing Policies in a Nonstationary Dynamic Inventory Model with n Demand Classes. *Management Science*, 15(3), 160-176. <https://doi.org/10.1287/mnsc.15.3.160>
- [59] Vaez-Alaei, M., Atashbar, N. Z., Baboli, A., & Tonadre, R. (2018). Target stock level and fill rate optimization for worldwide spare parts inventory management: A case study in business aircraft industry. *2018 IEEE International Conference on Technology*

Management, Operations and Decisions, ICTMOD 2018, 282-287.

<https://doi.org/10.1109/ITMC.2018.8691215>

- [60] van Donselaar, K., Broekmeulen, R., & de Kok, T. (2021). Heuristics for setting reorder levels in periodic review inventory systems with an aggregate service constraint. *International Journal of Production Economics*, 237. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2021.108137>
- [61] Veinott, A. F. (1965). Optimal Policy in a Dynamic, Single Product, Nonstationary Inventory Model with Several Demand Classes. *Operations Research*, 13(5), 761-778. <https://doi.org/10.1287/opre.13.5.761>
- [62] Vicil, O. (2022). Cost optimization in the (S-1, S) backorder inventory model with two demand classes and rationing. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 34(1), 101-124. <https://doi.org/10.1007/s10696-021-09418-7>
- [63] Wanke, P., Alvarenga, H., Correa, H., Hadi-Vencheh, A., & Azad, M. A. K. (2017). Fuzzy inference systems and inventory allocation decisions: Exploring the impact of priority rules on total costs and service levels. *Expert Systems with Applications*, 85, 182-193. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2017.05.043>
- [64] Waters, D. (2003). *Inventory Control and Management* (Segunda). Wiley Editorial Offices.
- [65] Wei, L., Jasin, S., & Xin, L. (2021). On a deterministic approximation of inventory systems with sequential service-level constraints. *Operations Research*, 69(4), 1057-1076. <https://doi.org/10.1287/opre.2020.2083>
- [66] Winston, W. L. (1987). *Operations Research. Applications and Algorithms* (THOMSON).
- [67] Xanthopoulos, A. S., Kiatipis, A., Koulouriotis, D. E., & Stieger, S. (2017). Reinforcement Learning-Based and Parametric Production-Maintenance Control Policies for a Deteriorating Manufacturing System. *IEEE Access*, 6, 576-588. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2017.2771827>